

제47회 보험계리사 및 손해사정사 제2차 시험문제
(2024년도 시행)

【 계 리 모 형 론 】

※ 모든 문제의 계산은 소수점 이하 넷째 자리에서 반올림하여 셋째 자리까지 산출함.

1. 확률변수 X 의 누적분포함수(cumulative distribution function)가 다음과 같을 때, X 의 최빈값(mode)을 구하시오. (10점)

$$F(x) = 1 - x^{-2}, \quad x \geq 1$$

2. 한국보험회사는 손해액이 20,000을 초과한 부분에 대해 재보험을 계획한다. 아래의 정보를 이용하여 재보험에 출재하려는 손해액에 해당하는 심도를 구하시오. (10점)

보상한도	보상한도에 따른 제한된 기댓값	보상한도에 따른 누적분포
10,000	5,000	0.60
20,000	8,000	0.75
50,000	12,000	0.88
80,000	15,000	0.93
100,000	18,000	1.00

3. 미래 생존시간 확률변수 $T(T \geq 0)$ 에 대한 생존분석을 다음과 같이 수행하였을 때, $\hat{S}(t)$ 을 구하시오. (10점)

- 시점 $T=t$ 의 생존함수, $S(t)$ 를 곱한계추정량(product limit estimator), $\hat{S}(t)$ 으로 추정한다.
- $\hat{S}(t)$ 에 대하여 95% 로그변환 신뢰구간(log-transformed confidence interval) 추정값이 $(e^{-1/3}, e^{-1/48})$ 이다.
- $e^{-1/3} = 0.7165, e^{-1/48} = 0.9794$
- 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $\Pr(Z \leq 1.960) = 0.975$ 이다.

4. 보험계리사 시험은 5과목으로 구성되고, 과목별로 합격과 불합격이 결정된다. 한국보험회사는 소속 직원이 한 번에 5과목 모두 응시하여 일부 과목에 합격하면 아래의 방식에 따라 총포인트를 지급한다.

- 총포인트는 합격과목별로 얻는 포인트들의 합이다.
- 과목별 합격여부는 서로 독립적이고, 각 과목의 합격률은 $q = 0.4$ 이다.
- 합격과목 수와 합격과목별 포인트들은 독립적이다.
- 합격과목 수가 결정되었을 때, 합격과목별 포인트들은 무작위적이고, 서로 독립적이며, 다음과 같은 분포를 동일하게 따른다.

합격과목별 포인트	확률
2	0.1
4	0.5
6	0.2
8	0.2

총포인트가 5 미만인 경우 보상금을 지급하지 않고, 총포인트가 5 이상인 경우 그 중 5를 초과하는 부분을 보상금으로 지급한다. 보상금의 기대가치를 구하시오. (10점)

5. 보험계리사 홍길동이 조사한 전체 집단 A와 B의 연도별 사고에 대한 경험자료는 다음과 같다.

집단	항목	1차 연도	2차 연도	3차 연도	총합
A	사고건수	4		2	6
	익스포저	13		7	20
B	사고건수	20	22		42
	익스포저	30	30		60

각 익스포저의 연간 사고건수는 Poisson 분포를 따른다. 경험적 베이지 준모수 추정(empirical Bayes semiparametric estimation) 방법으로 집단 A의 경험에 대한 Bühlmann 신뢰도 계수(credibility factor), Z_A 를 구하시오. (10점)

6. 한국보험회사는 손해액 확률변수 X 의 불확실성에 대비하기 위한 요구자본을 산출하도록 요청받았다. 모의실험(simulation)으로 생성된 표본의 분포는 다음과 같다.

X	횟수
$(0, 10]$	23
$(10, 100]$	47
$(100, \infty)$	10

$C = \Pr(X \leq 100)$ 을 모의실험으로 추정하고자 한다. C 가 참값의 $\pm 4\%$ 이내에 속할 확률이 95%가 되도록 하는 데 필요한 모의실험의 최소 자료개수를 구하시오. (10점)

- 신뢰구간 추정 시, C 는 정규분포를 따르는 것으로 가정한다.
- 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $\Pr(Z \leq 1.960) = 0.975$ 이다.

7. 다음 정보는 1년 만기 계약의 내용으로 1개월은 $\frac{1}{12}$ 년으로 간주한다.

계약	계약개시일	수입보험료
A	2021년 10월 1일	400
B	2022년 4월 1일	300
C	2022년 10월 1일	500

모든 계약은 계약일자에 1년치 일시납 보험료가 납입되며, 계약을 중도 해지할 경우 미경과보험료는 환급되고, 이에 따른 수수료는 부과되지 않는다.

- 계약 A는 처음 9개월이 유효하게 경과된 후, 계약이 해지되었다.
- 계약 B는 2022년 10월 1일에 보장범위의 축소에 따라 보험료 40이 환급되었다.
- 계약 C는 2022년 12월 1일에 보장범위의 확대에 의해 보험료 60이 추가되었고, 계약은 2023년 4월 1일에 해지되었다.

2023년 12월 31일자 기준, 달력연도 CY2022년의 경과보험료와 계약연도 PY2022년의 경과보험료 차이는 얼마인가? (10점)

8. 자동차 보험에서 차종에 따른 데이터의 결과는 다음과 같다.

차종	현재 상대도	온레벨 경과보험료	손해액
A	1.00	2,000	1,200
B	1.20	1,200	630

- 현재 기본요율은 100이다.
- 요율분석에 의해 종합적으로 10%의 요율조정률이 필요하다.
- 온레벨된 경험손해율에 의해 상대도를 조정할 것이다.
- 요율분석에서 기본 차종은 A이다.

요율조정률 10%를 만족하기 위해서 경험손해율에 의한 차종 B의 새로운 상대도에 불균형 요율(off-balance)이 존재한다. 차종 A의 상대도를 1.00으로 고정하고 불균형 요율을 균형있게 수정한 후 차종 B의 조정률을 구하시오. (10점)

9. 2023년 수정되지 않은 손해액 정보가 다음과 같이 청구유형별로 주어져 있다.

청구유형	청구건수	심도(각 청구건의 손해액 크기)
A	25	5
B	15	X
C	10	40

- 각 청구유형별로 심도는 동일하며, $10 \leq X \leq 16$ 이다.
- 기본 보상한도는 2023년과 2024년에 10이다.
- 2023년, 보상한도 16의 보상한도인상계수(increased limits factor)는 $\frac{34}{25}$ 이다.
- 2023년에 대비하여 2024년의 각 손해액 심도가 20%씩 증가한다.

2024년, 보상한도 16의 새로운 보상한도인상계수를 구하시오. (10점)

10. 모든 사고들은 해당 사고연도의 12차월 내에 보고되며 개별추산액은 60차월까지 정확히 평가되었다고 가정한다. 와이저(Wiser)에 의해 소개된 개별추산액 진전방식(case outstanding development technique)을 이용하여 2023년 12월 31일 기준, 사고연도 2022년의 지급준비금을 산출하시오. (10점)

- 2023년 12월 31일 기준, 사고연도 2022년의 24차월 개별추산액은 1,000이며, 지급보험금은 700이었다.
- 개별추산액의 잔존율

12-24차월	24-36차월	36-48차월	48-60차월
0.8	0.5	0.2	0.0

- 당차월 개별추산액에서 12차월 후 지급보험금이 차지하는 비중

24차월	36차월	48차월	60차월
0.7	0.4	0.9	1.0