

제48회 보험계리사 및 손해사정사 제2차 시험문제
(2025년도 시행)

【 계 리 모 형 론 】

※ 모든 문제의 계산은 소수점 이하 넷째 자리에서 반올림하여 셋째 자리까지 산출함.

1. 확률변수 X 의 확률밀도함수가 다음과 같을 때,

$$f(x) = 2x^{-3}, \quad x \geq 1$$

X 의 중앙값(median)을 구하십시오. (10점)

2. 확률변수 X 의 확률밀도함수가 다음과 같을 때,

$$f(x) = 4x(1+x^2)^{-3}, \quad x > 0$$

X 의 최빈값(mode)을 구하십시오. (10점)

3. 한국보험회사가 5명의 환자에 대해 아래와 같은 입원기간 정보를 수집하였다.

- i) 5명의 환자 중 3명은 각각 3일, 6일, 7일 동안 입원 후 퇴원
- ii) 나머지 2명의 경우 입원기간이 각각 9일 경과하였으나 퇴원하지 않은 상태에서 관찰 종료

환자의 입원기간이 균등분포 $U(0, \theta)$, $\theta > 0$ 를 따른다고 가정하여 θ 의 최대가능도 추정치(maximum likelihood estimate)를 구하시오. (10점)

4. 한국보험회사에 청구되는 연간 사고보험금의 총합계 S 는 다음과 같은 복합모형(compound model)을 따른다고 가정한다. (10점)

- i) $S = X_1 + \dots + X_N$ (단, $N = 0$ 일 경우 $S = 0$)
여기서 확률변수 N 은 연간 사고건수 확률변수이고 X_1, \dots, X_N 은 사고보험금 확률변수이다.
- ii) N 은 평균이 2인 포아송분포를 따른다.
- iii) N 은 X_1, \dots, X_N 들과 서로 독립이다.
- iv) 모든 양의 정수 n 에 대하여 $N = n$ 일 때 사고보험금 X_1, \dots, X_n 은 동일하게 평균이 θ 인 지수분포를 따른다. 이 때 θ 는 $\Pr(\theta = 1) = 0.6$ 과 $\Pr(\theta = 2) = 0.4$ 인 분포를 따른다.
- v) N 과 θ 는 독립이다.
- vi) 모든 양의 정수 n 에 대하여 $N = n$ 이고 $\theta = 1, 2$ 에 대하여 $\theta = \theta$ 일 때 X_1, \dots, X_n 은 서로 독립이고 동일한 분포를 따른다.

(1) $Var(S)$ 를 구하시오. (5점)

(2) $Cov(S, \theta)$ 를 구하시오. (5점)

5. 한국보험회사는 피보험자마다 위험도가 상이하다고 판단하여 피보험자의 연간 사고건수 N 이 다음과 같은 혼합 확률분포를 따른다고 가정한다. (10점)

i) 피보험자의 사고 발생률을 나타내는 확률변수 P 는 베타분포(beta distribution)를 따르고 확률밀도함수가 다음과 같다.

$$f(p) = 12p(1-p)^2, \quad 0 < p < 1$$

ii) $P=p$ 일 때, N 은 이항분포(binomial distribution) $B(10, p)$ 를 따른다.

- (1) N 의 분산을 구하시오. (5점)

$$\left(\text{단, } \int_0^1 p(1-p)^2 dp = \frac{1}{12}, \int_0^1 p^2(1-p)^2 dp = \frac{1}{30}, \int_0^1 p^3(1-p)^2 dp = \frac{1}{60} \right)$$

- (2) 선택된 임의의 피보험자가 올해 정확히 8건의 사고가 발생하였을 때 Bühlmann 신뢰도 기법을 이용하여 동일 피보험자의 다음 해의 사고건수를 구하시오. (5점)

6. 다음은 최근 3년간 피보험자 2명에게 지급된 연간 보험금이다

피보험자	2022년	2023년	2024년
A	25	23	24
B	34	32	36

사전분포나 모수분포에 대한 정보가 없는 상황에서 경험적 베이지 비모수 추정(empirical Bayes non-parametric estimation) 방법으로 피보험자 B의 2025년 보험금의 기댓값을 구하시오. (10점)

7. 손해액 확률변수 X 가 다음과 같은 누적분포함수를 따른다.

$$F(x) = \frac{x^\alpha}{x^\alpha + \beta}, \quad x > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

손해액의 임의표본이 다음과 같이 주어져 있다.

1, 2, 3, 4

표본의 20%와 80%의 평활경험백분위수(smoothed empirical percentile estimate)를 이용하여 백분위수 일치기법(percentile matching method)으로 모수 α 와 β 의 추정값을 구하시오. (10점)

8. 한국보험회사는 손해 확률변수 X 에 대하여 프랜차이즈공제액을 1로 설정하였다. 프랜차이즈공제액 이하의 손해액은 관찰되지 않는다. 프랜차이즈공제 적용 후 지급액이 다음과 같다.

2, 5, 5, 7

귀무가설: 손해 확률변수 X 가 다음과 같은 누적분포함수를 따른다.

$$F(x) = 1 - \left(\frac{3}{x+3} \right)^2, \quad x > 0$$

위의 귀무가설에 대한 Kolmogorov-Smirnov 적합도 검정통계량을 구하시오. (10점)

9. 아래는 한국보험회사의 2024년 보험영업실적을 분석한 정보이다.

- 영업보험료 중 일반 사업비는 7%이다.

일반 사업비	고정비의 비중	변동비의 비중
	40%	60%

- 영업보험료 중 세금 및 면허비는 3%이다.

세금 및 면허비	고정비의 비중	변동비의 비중
	20%	80%

- 영업보험료 중 수당 및 중개수수료는 6%이다.

수당 및 중개수수료	고정비의 비중	변동비의 비중
	10%	90%

2025년의 예측 및 목표값은 다음과 같다.

- 익스포저당 투영평균순보험료: 300
(projected average pure premium per exposure)
- 익스포저당 투영평균영업보험료: 500
(projected average gross premium per exposure)
- 목표이익률: 8%

위 정보를 이용하여 지시 평균요율(indicated average rate)을 구하시오.
(단, 사업비를 예측할 때 보험료기준투영법(premium-based projection method)을
적용하시오.) (10점)

10. 본휴에터-퍼거슨 예측손해법(Bornhuetter-Ferguson expected loss projection method)과 아래의 2024년 12월 31일 기준 정보를 이용하여 지급준비금을 구하시오. (10점)

사고번호	날짜	사고이력
가	2021년 9월 1일	사고 발생
	2021년 10월 1일	청구건 보고, 초기 개별추산액 16
	2022년 6월 1일	보험금 30 지급, 개별추산액 10으로 변경
	2023년 7월 1일	개별추산액 38로 변경
	2024년 8월 1일	보험금 55 지급, 청구건 종결
나	2022년 3월 1일	사고 발생
	2022년 4월 1일	청구건 보고, 초기 개별추산액 20
	2022년 5월 1일	보험금 20 지급, 청구건 종결
	2023년 1월 1일	청구건 재개(reopen), 개별추산액 28로 변경
	2024년 2월 1일	보험금 4 지급, 개별추산액 48로 변경
다	2023년 11월 1일	사고 발생
	2023년 12월 1일	청구건 보고, 초기 개별추산액 20
	2024년 12월 1일	보험금 15 지급, 개별추산액 37로 변경
라	2024년 3월 1일	사고 발생
	2024년 5월 1일	청구건 보고, 초기 개별추산액 15
	2024년 7월 1일	보험금 10 지급, 개별추산액 변경없음

• 연도별 경과보험료

연도	2021년	2022년	2023년	2024년
경과보험료	90	75	100	75

- 모든 청구건은 48개월이면 종료된다.
- 기대손해율(expected claim ratio)은 80%이다.
- 모든 보험계약의 보험기간은 1년이고, 위험은 1년 동안 균일하게 발생한다.
- 보험요율 변경은 없었다.
- 보고손해액 기준으로 진전계수를 산출한다.
- 차월별 진전계수는 해당 사고연도별 차월별 진전계수들의 산술평균으로 한다.